

混合动力商用车 ECVT 行星齿轮传动系统动态特性研究

向东洋¹ 陈勇^{1,2} 陈涛³ 吴朝阳⁴ 徐峥匀¹ 张日锐¹

(1. 广西大学 机械工程学院, 南宁 530004)

(2. 广西大学 省部共建特色金属材料与组合结构全寿命安全国家重点实验室, 南宁 530004)

(3. 玉柴芯蓝新能源动力科技有限公司, 南宁 530000)

(4. 常州光洋轴承股份有限公司, 常州 213022)

摘要:【目的】行星齿轮传动系统动力学特性研究虽已取得丰富成果,但现有研究多聚焦直齿结构,针对混合动力商用车电子控制无级变速器(Electronic Continuously Variable Transmission, ECVT)所用的斜齿行星齿轮系统的动力学研究仍存在理论缺口。为解决 ECVT 行星齿轮传动系统的振动问题,开展了深入研究。【方法】以发动机直驱模式为研究工况,综合考虑啮合相位差、时变啮合刚度及齿侧间隙等非线性因素,构建了24自由度集中参数解析模型;运用龙格-库塔数值求解法获取了系统各构件在 x 、 y 、 z 方向的振动位移、动态啮合力等动态参数的时域响应,结合快速傅里叶变换分析了其频域特性。【结果】研究表明,在行星齿轮传动系统中,太阳轮轴向振动位移均值最为突出,其余构件振动特性呈规律性分布;系统内、外动态啮合力数值显著,反映出较高的齿面承载负荷。通过搭建 ECVT 台架试验平台,模拟实际工况采集振动信号,验证了理论分析模型的有效性与可靠性。研究成果可为混合动力商用车 ECVT 行星齿轮传动系统的结构优化设计、振动特性改善提供参考。

关键词: ECVT; 相位差; 行星齿轮传动; 动态响应; 振动分析**中图分类号:** TH132 **DOI:** 10.16578/j.issn.1004.2539.2025.09.004

0 引言

随着“双碳”目标的提出,混合动力商用车因其低油耗和低排放的特点,成为广大汽车制造商的推广对象^[1-2]。行星齿轮传动系统具有高承载能力、高传动效率、结构紧凑等优势^[3-4],在混合动力汽车领域应用广泛。功率分流式混合动力系统的结构可看作串联式与并联式的结合体,也被称为电子控制无级变速器(Electronic Continuously Variable Transmission, ECVT)^[5]。其动力系统利用行星齿轮机构将发动机、电动机等多种动力源输入进行深度耦合^[6]。相较于传统汽车变速器,混合动力商用车 ECVT 的行星齿轮传动系统所面临的挑战更为严峻,主要体现在振动和冲击方面。因此,对该传动系统的动态特性进行深入研究具有重要意义。研究旨在优化传动结构、改善变速器的振动噪声,以满足商用车辆对平稳性和舒适性的需求。

齿轮系统动力学是研究齿轮传动过程中产生的振动冲击的基础^[7]。国内外学者对齿轮传动系统的动力学已展开了大量研究,但研究对象多为直齿圆柱齿轮和行星齿轮。JIANG 等^[8]考虑齿轮磨损、电动机激励等因素,建立了传动系统平移-扭转机电耦合模型。耿智博等^[9]针对汽车变速器振动问题,建立了3挡齿轮弯-扭耦合动力学模型,通过时频转化分析了齿轮传动系统的动态特性。许芃芃等^[10]针对行星轮受载不均匀问题,建立了变位齿轮动力学模型,研究了行星轮不同方向偏载对行星轮系载荷分配的影响。魏静等^[11]建立了综合考虑多维修形的刚度与误差非线性模型,分析了不同修形参数对系统动力学特性的影响。WANG 等^[12]探讨了相位差对时变啮合刚度的影响,通过建立行星齿轮系统的5自由度扭转振动模型,为齿轮故障定位提供帮助。PORTRON 等^[13]采用集中参数法和缩聚有限元法混合

收稿日期: 2024-05-20 修回日期: 2024-07-25

基金项目: 南宁市重点研发计划(20244035); 广西重点研发计划(桂科 AB24010270); 广西科技重大专项(桂科 AA23062029)

作者简介: 向东洋,男,1999年生,四川广元人,硕士研究生; 主要研究方向为新能源汽车动力传动系统减振降噪; xdy271828@163.com。

陈勇(通信作者),男,1954年生,北京人,博士,教授,博士研究生导师; 主要研究方向为新能源车动力传动系统开发; chenrong1585811@163.com。

引用格式: 向东洋,陈勇,陈涛,等. 混合动力商用车 ECVT 行星齿轮传动系统动态特性研究[J]. 机械传动,2025,49(9):26-37.

XIANG Dongyang, CHEN Yong, CHEN Tao, et al. Dynamic characteristics of planetary gear transmission system in hybrid commercial vehicle ECVT [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2025, 49(9): 26-37.

建模, 对行星轮系的动力学特性进行了研究。LIU等^[14]考虑电动机结构参数, 建立了考虑电动机输入的电动汽车机电耦合模型。徐尤南等^[15]以隧道掘进机减速器为研究对象, 建立了扭转动力学模型, 分析了其动力学特性。

综上所述, 对行星齿轮传动系统的动力学特性已有广泛研究, 但多针对直齿; 针对混合动力商用车ECVT使用的斜齿行星齿轮系统的动力学研究较为有限。为此, 本文综合考虑时变啮合刚度、相位差和齿侧间隙等因素, 建立了针对混合动力商用车ECVT行星齿轮传动系统的弯-扭-轴耦合动力学模型, 采用4阶龙格-库塔法对模型进行求解, 并对求解结果进行傅里叶变换, 从而便于直观分析整个系统的动态特性; 最后, 通过搭建台架进行试验, 将采集数据与理论分析结果进行了对比。研究可为行星传动系统结构参数设计和变速器振动特性优化提供参考。

1 行星齿轮传动系统时变啮合刚度分析

1.1 时变啮合刚度推导

根据能量法, 基于材料力学和弹性力学原理计算时变啮合刚度, 建立的斜齿轮副切片如图1所示。

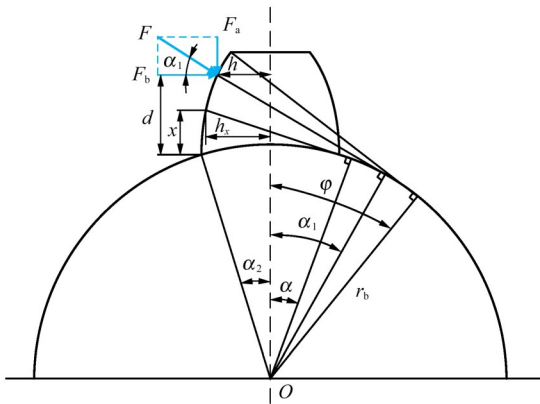


图1 斜齿轮副切片示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the helical gear pair slicing

图1中, d 为啮合点到基圆的距离; h 为啮合点处的有效齿厚; x 为接触点到基圆之间的距离; h_x 为渐开线上离基圆 x 处的点的有效齿厚; r_b 为基圆半径; F 为啮合力; F_a 、 F_b 分别为啮合力在垂直和水平方向上的分量; α 为压力角; φ 为啮合角; α_1 为初始啮合点的啮合角; α_2 为基圆所对应的半齿角。

首先, 将齿轮啮合时储存的能量分为剪切势能 U_s 、弯曲势能 U_b 、赫兹接触势能 U_h 和径向压缩势能 U_a 等4个部分; 然后, 根据力学关系计算出对应的刚度分量; 最终, 对啮合过程中各刚度分量求和, 得到总啮合刚度。斜齿啮合轮齿变形后的势能^[16]可依次表示为

$$U_s = \frac{F^2}{2k_s} = \int_0^d \frac{1}{2} \frac{2F_b^2}{2GA_x} dx \quad (1)$$

$$U_b = \frac{F^2}{2k_b} = \int_0^d \frac{[F_b(d-x) - F_a h]^2}{2EI_x} dx \quad (2)$$

$$U_h = \frac{F^2}{2k_h} \quad (3)$$

$$U_a = \frac{F^2}{2k_a} = \int_0^d \frac{F_a^2}{2EA_x} dx \quad (4)$$

式中, k_s 为剪切刚度; G 为剪切模量; A_x 为截面面积, $A_x=2h_x\Delta L$; k_b 为弯曲刚度; E 为弹性模量; I_x 为到齿根圆距离为 x 的截面惯性矩, $I_x=2h_x^3\Delta L/3$, ΔL 为每一片轮齿的切片厚度; k_h 为赫兹接触刚度; k_a 为径向压缩刚度。

根据赫兹接触理论, 设两个相互啮合的齿轮为各向同性的弹性圆柱体, 二者之间的线接触受压力作用会变为面接触。赫兹接触应力 σ_h 计算式为

$$\sigma_h = \sqrt{\frac{(F/L)(1/\rho_1 \pm 1/\rho_2)}{\pi[(1-v_1^2)/E_1 + (1-v_2^2)/E_2]}} \quad (5)$$

式中, ρ 为接触线处的曲率半径; L 为斜齿轮接触线长度; v 为泊松比; 下标1、2分别表示主动轮和从动轮; -表示内啮合; +表示外啮合。

将式(5)应用到齿轮赫兹接触刚度 k_h 推导中, 有

$$\frac{1}{k_h} = \frac{4(1-v^2)}{\pi EL} \quad (6)$$

斜齿轮啮合过程中的端面、轴向重合度分别用 ε_α 和 ε_β 表示, 总重合度 $\varepsilon=\varepsilon_\alpha+\varepsilon_\beta$ 。本文只研究 $\varepsilon_\beta>\varepsilon_\alpha$ 的情况。图2所示为3对轮齿同时啮合的斜齿轮展开平面。

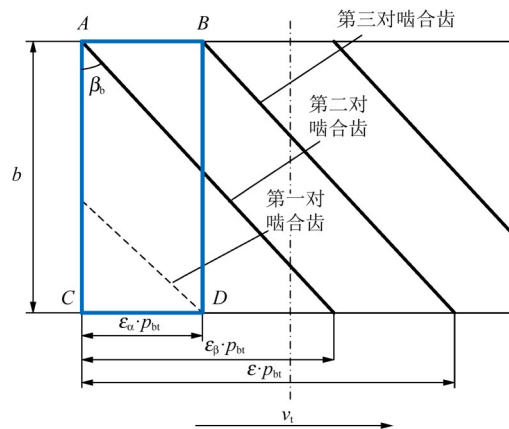


图2 啮合展开图

Fig. 2 Diagram of the meshing expansion

根据斜齿轮的啮合特性, t 时刻第 n 对接触线的理论时变长度 $l(n, t)$ ^[17]为

$$l(n, t) = \begin{cases} \frac{v_1 t}{\sin \beta_b}, & v_1 t \leq \varepsilon_\alpha p_{bt} \\ \frac{b}{\cos \beta_b}, & \varepsilon_\alpha p_{bt} < v_1 t \leq \varepsilon_\beta p_{bt} \\ \frac{(\varepsilon p_{bt} - v_1 t)}{\sin \beta_b}, & \varepsilon_\beta p_{bt} < v_1 t \leq \varepsilon p_{bt} \end{cases} \quad (7)$$

式中, p_{bt} 为端面法向齿距; β_b 为基圆螺旋角; v_1 为沿截面的平移速度, $v_1 = \omega r_b$; ω 为角速度。令 $Q = \text{ceil}(\varepsilon)$, t 时刻的斜齿行星齿轮啮合接触线总长为

$$L(t) = l(1, t) + l(2, t) + \dots + l(Q, t) = \sum_{n=1}^Q l(n, t) \quad (8)$$

根据渐开线齿廓的几何关系, d 、 h 、 h_x 可分别表示为

$$\begin{cases} d = R_b [\cos \alpha_1 + (\alpha_1 + \alpha_2) \cos \alpha_1 - \cos \alpha_2] \\ h = R_b [(\alpha_1 + \alpha_2) \cos \alpha_1 - \sin \alpha_1] \\ h_x = R_b [(\alpha_1 + \alpha_2) \cos \alpha_1 - \sin \alpha_1] \end{cases} \quad (9)$$

假设斜齿啮合单齿可以被分为 N 片厚度为 ΔL 的薄片直齿, 则 $N = \text{round}[L(n, t)/\Delta L]$, round 为四舍五入函数。因此, 斜齿轮外啮合的弯曲刚度 k_b 表达式^[18]为

$$\frac{1}{k_b} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{3 \{1 + \cos \alpha'_1 [(\alpha_2 - \alpha'_1) \sin \alpha - \cos \alpha]\}^2 (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha}{2E\Delta L [\sin \alpha + (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha]^3} d\alpha \quad (10)$$

同理, 该啮合单齿的剪切刚度 k_s 和径向压缩刚度 k_a ^[19]可分别表示为

$$\frac{1}{k_s} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{1.2(1+v)(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \cos^2 \alpha'_1}{E\Delta L [\sin \alpha + (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha]} d\alpha \quad (11)$$

$$\frac{1}{k_a} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \cos^2 \alpha'_1}{2E\Delta L [\sin \alpha + (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha]} d\alpha \quad (12)$$

不考虑齿轮的柔性变形, 用势能法计算出的啮合刚度将会偏大。可以根据齿轮基体柔性变形量来推导柔性变形刚度 k_f 。下面简述推导过程。相关几何参数如图3所示。齿轮基体柔性变形量 δ_f 可表示为

$$\delta_f = \frac{F \cos^2 \alpha_1}{EL} \cdot [L^* \left(\frac{u_f}{S_f}\right)^2 + M^* \left(\frac{u_f}{S_f}\right) + P^* (1 + Q^* \tan^2 \alpha_1)] \quad (13)$$

式中, u_f 为齿根圆最高点顶点到齿面载荷作用线与轮齿轴线交点的距离, $u_f = r_b / \cos \alpha_1 - r_f$, r_f 为齿根圆

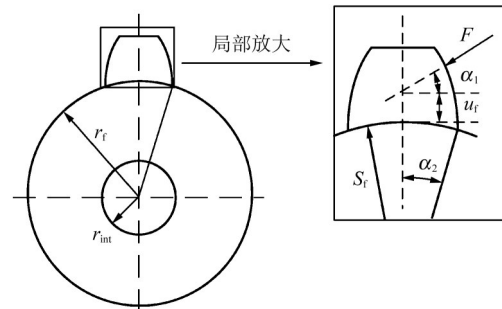


图3 齿轮基体变形示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the gear matrix deformation

表1 式(14)中系数的取值

Tab. 1 Values of the coefficient in formula (14)

变量	A_i	B_i	C_i	D_i	E_i	F_i
$L^*(h_f, \theta_f)$	-5.574×10^{-5}	-1.9986×10^{-3}	-2.3015×10^{-4}	4.7702×10^{-3}	0.0271	6.8045
$M^*(h_f, \theta_f)$	60.111×10^{-5}	-28.100×10^{-3}	-83.431×10^{-4}	-9.9256×10^{-3}	0.1624	0.9086
$P^*(h_f, \theta_f)$	-50.922×10^{-5}	185.50×10^{-3}	0.0538×10^{-4}	53.3×10^{-3}	0.2895	0.9236
$Q^*(h_f, \theta_f)$	-6.2042×10^{-5}	9.0889×10^{-3}	-4.0964×10^{-4}	7.8297×10^{-3}	-0.1472	0.6904

由轮体基体变形引起的等效刚度 k_f 可表示为

$$1/k_f = \delta_f / F \quad (15)$$

单齿总势能等于单齿各势能之和。据此, 可求得斜齿轮外啮合 t 时刻的单齿啮合刚度 k_t , 有

$$\frac{1}{k_t} = \frac{1}{k_b} + \frac{1}{k_{b1}} + \frac{1}{k_{s1}} + \frac{1}{k_{a1}} + \frac{1}{k_{f1}} + \frac{1}{k_{b2}} + \frac{1}{k_{s2}} + \frac{1}{k_{a2}} + \frac{1}{k_{f2}} \quad (16)$$

斜齿行星轮系啮合过程的综合啮合刚度计算式为

$$K = \sum_{n=1}^Q \left(\frac{1}{k_{nt}}\right)^{-1} \quad (17)$$

1.2 啮合刚度计算

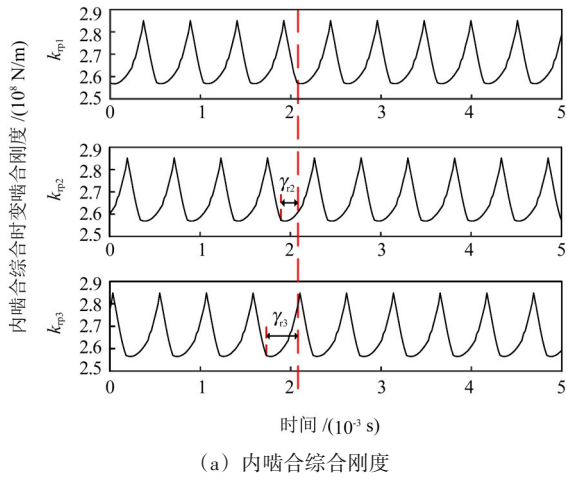
斜齿行星轮系同时存在多对轮齿啮合, 如不考虑啮合过程的相位差对综合啮合刚度进行计算, 在进行振动响应分析时会产生较大误差, 故在进行综合啮合刚度计算之前, 要先进行相位差^[21]计算, 结果如表2所示。其中, γ_{spj} 和 γ_{tpj} 分别为第 j 对外啮合齿轮和内啮合齿轮相较于第1对轮副的相对相位关系; 取 j 为1时, γ_{sp1} 与 γ_{tp1} 的值均为0; γ_{is} 为行星轮的内、外啮合齿轮副的相对相位关系。斜齿行星轮系综合时变啮合刚度计算结果如图4所示, 内啮合与外啮合

的综合啮合刚度峰值分别为 2.837×10^8 N/m 和 2.808×10^8 N/m, 内啮合比外啮合大 1.03%。综合啮合刚度变化规律符合斜齿轮的啮合规律。

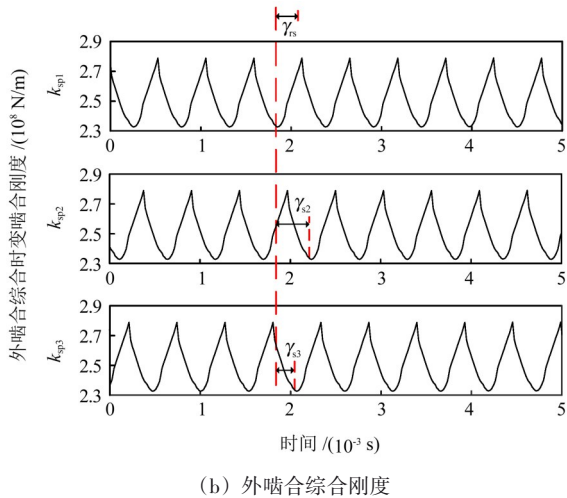
表2 斜齿行星轮系相对相位

Tab. 2 Relative phase of the helical planetary gear train

参数	γ_{sp1}	γ_{sp2}	γ_{sp3}	γ_{rp1}	γ_{rp2}	γ_{rp3}	γ_{rs}
数值	0	2/3	1/3	0	-1/3	-2/3	1/2



(a) 内啮合综合刚度



(b) 外啮合综合刚度

图4 斜齿行星轮系综合时变啮合刚度

Fig. 4 Integrated time-varying meshing stiffness of the planetary gear train

2 行星齿轮传动系统动力学建模

2.1 行星齿轮传动系统结构设计

以某公司混合动力商用车ECVT为研究对象, 该变速器由两排斜齿行星齿轮机构(PG_1 、 PG_2)、圆柱齿轮机构(z_1 、 z_2 、 z_3 、 z_4 、 z_5 、 z_6)和双电动机(MG_1 、 MG_2)组成, 如图5所示。其中, 太阳轮连接 MG_1 , 外齿圈连接 MG_2 和输出轴, 行星架连接内燃机(Internal Combustion Engine, ICE)。行星齿轮由3个行星轮、太阳轮、齿圈、行星架组成, 依次命名为 p_j ($j=1, 2, 3$)、 s_i 、 r_i 、 c_i ($i=1, 2$)。本文针对发动机直驱模式下行星齿轮传动系统的动态特性进行研究, 该

模式下只有行星排 PG_1 参与工作。 PG_1 各个构件的详细参数如表3所示。

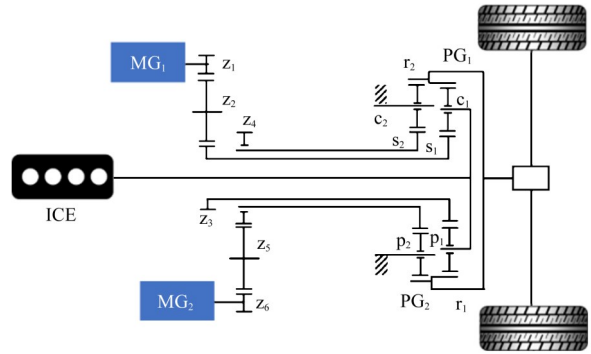


图5 传动系统连接关系

Fig. 5 Connection relation of the transmission system

表3 行星排 PG_1 详细参数

Tab. 3 Detailed parameters for planetary gear PG_1

参数	元件		
	太阳轮	行星轮	内齿圈
齿数	31	26	83
模数/mm	2.5	2.5	2.5
压力角/(°)	21	21	21
螺旋角/(°)	9	9	9
旋向	右旋	左旋	左旋
齿宽/mm	30	27	30
基圆直径/mm	73.137	61.340	195.817
泊松比	0.295	0.295	0.295
弹性模量/GPa	208	208	208
质量/kg	5.31	0.42	9.64
转动惯量/($kg \cdot m^2$)	3.72×10^{-3}	3.32×10^{-4}	7.86×10^{-2}

由于斜齿轮的啮合特性, 斜齿行星轮系会产生一定轴向力, 所以, 在搭建斜齿行星轮系集中参数解析模型时应考虑轴向力。搭建模型时, 将斜齿行星轮系内的构件假想成有质量和转动惯量的刚性件, 且所有行星轮参数完全相同。齿轮间的啮合用带有啮合阻尼和啮合刚度的弹簧与阻尼表示。令构件 i 所承受外力矩为 T_i ; 质量为 m_i ; 转动惯量为 I_i ; 径向支承刚度为 k_i ; 轴向支承刚度为 k_{iz} ; 扭转刚度为 k_{in} ; 径向阻尼为 c_i ; 轴向阻尼为 c_{iz} ; 扭转阻尼为 c_{in} ; 扭转线位移为 u_i , 其值为扭转角位移 Φ_i 和 r_i 的乘积; 构件 i 端面和轴向的平移线位移为 $\{x_w, y_w, z_w\}^T$ ($w=c, r, s, pj$), 下标 w 的取值 c, r, s, pj 分别代表行星架、内齿圈、太阳轮和行星轮 j , 下标 j 代表3个均布的行星轮。所建立的集中参数弯-扭-轴耦合动力学模型如图6所示, 共有24个自由度。

斜齿行星齿轮动力学方程可表示为

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F \quad (18)$$

式中, M 为构件质量矩阵; C 为阻尼矩阵; K 为刚度矩阵; F 为外载荷向量。

系统内各个运动构件具有各自的相对运动关系,

依此可列出各构件间相对位移。太阳轮和齿圈与行星轮之间的相对位移 ε_{spj} 和 ε_{rpij} 分别为

$$\begin{cases} \varepsilon_{spj} = (u_s + u_{pj} - x_{pj} \sin \alpha - x_s \sin \varphi_{spj} - y_{pj} \cos \alpha + \\ y_s \cos \varphi_{spj}) \cos \beta + (z_s - z_{pj}) \sin \beta - e_{spj} \\ \varepsilon_{rpij} = (u_r + u_{pj} - x_{pj} \sin \alpha - x_r \sin \varphi_{rpij} - y_{pj} \cos \alpha + \\ y_r \cos \varphi_{rpij}) \cos \beta + (z_r - z_{pj}) \sin \beta - e_{rpij} \end{cases} \quad (19)$$

式中, $\varphi_{rpij} = \varphi_j + \alpha_{rp}$; $\varphi_{spj} = \varphi_j + \alpha_{sp}$; α_{rp} 、 α_{sp} 分别为内啮合和外啮合的端面啮合角; φ_j 为行星轮的相对位置角; α 、 β 分别为压力角和螺旋角; e_{spj} 、 e_{rpij} 分别为外啮合与内啮合综合传递误差。

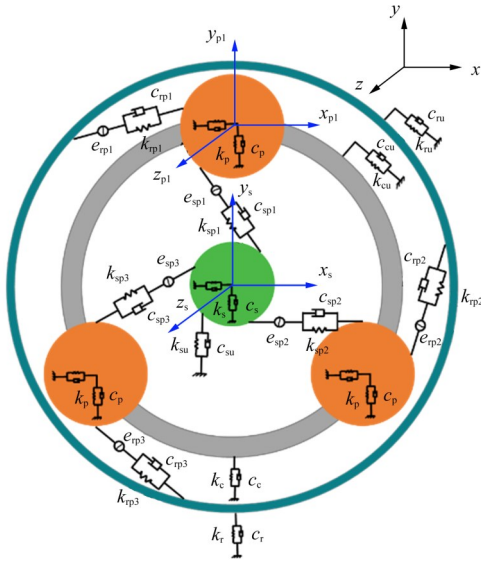


图6 斜齿行星轮系集中参数模型

Fig. 6 Lumped parameter model of the helical planetary gear system

行星轮 pj 与行星架的相对位移 ε_{cpj}^x 、 ε_{cpj}^y 、 ε_{cpj}^z 、 ε_{cpj}^u 分别为

$$\begin{cases} \varepsilon_{cpj}^x = x_c - u_c \sin \varphi_j - x_{pj} \cos \varphi_j + y_{pj} \sin \varphi_j \\ \varepsilon_{cpj}^y = y_c - u_c \cos \varphi_j - x_{pj} \sin \varphi_j + y_{pj} \cos \varphi_j \\ \varepsilon_{cpj}^z = z_c - z_{pj} \\ \varepsilon_{cpj}^u = u_c - y_j - x_c \sin \varphi_j + y_c \cos \varphi_j \end{cases} \quad (20)$$

行星轮与行星架在 x_j 、 y_j 方向的相对位移 ε_{pj}^x 、 ε_{pj}^y 分别为

$$\begin{cases} \varepsilon_{pj}^x = x_j - x_c \cos \varphi_j - y_c \sin \varphi_j \\ \varepsilon_{pj}^y = y_j - u_c + x_c \sin \varphi_j - y_c \cos \varphi_j \end{cases} \quad (21)$$

内啮合和外啮合的法向动态啮合力 F_{rpij} 、 F_{spj} 分别为

$$\begin{cases} F_{rpij} = K_{rpij}(t)f(\varepsilon_{rpij}, b) + c_{rpij}\dot{\varepsilon}_{rpij} \\ F_{spj} = K_{spj}(t)f(\varepsilon_{spj}, b) + c_{spj}\dot{\varepsilon}_{spj} \end{cases} \quad (22)$$

式中, $K_{rpij}(t)$ 、 $K_{spj}(t)$ 分别为内啮合和外啮合的时变啮合刚度; $f(\varepsilon_{rpij}, b)$ 、 $f(\varepsilon_{spj}, b)$ 分别为内啮合和外啮合的齿侧间隙函数。

2.2 行星齿轮传动系统动力学方程

基于牛顿第二运动定律和动量矩定理, 可推导出各构件在广义坐标下的平衡方程。

太阳轮运动微分方程为

$$\begin{cases} m_s(\ddot{x}_s - 2\omega_c \dot{y}_s - \omega_c^2 x_s) - \\ \sum_{n=1}^N F_{spj} \cos \beta \sin \varphi_{spj} + c_s \dot{x}_s + k_s x_s = 0 \\ m_s(\ddot{y}_s + 2\omega_c \dot{x}_s - \omega_c^2 y_s) + \sum_{n=1}^N F_{spj} \cos \beta \cos \varphi_{spj} + \\ c_s \dot{y}_s + k_s y_s = 0 \\ m_s \ddot{z}_s + \sum_{n=1}^N F_{spj} \sin \beta + c_{sz} \dot{z}_s + k_{sz} z_s = 0 \\ \frac{I_s}{r_s^2} \ddot{u}_s + \sum_{n=1}^N F_{spj} \cos \beta + k_{su} u_s + c_{su} \dot{u}_s = \frac{T_s}{r_s} \end{cases} \quad (23)$$

其中, 下标 z 、 u 分别表示轴向、扭转, 下同。

内齿圈运动微分方程为

$$\begin{cases} m_r(\ddot{x}_r - 2\omega_c \dot{y}_r - \omega_c^2 x_r) - \\ \sum_{n=1}^N F_{spj} \cos \beta \sin \varphi_{spj} + c_r \dot{x}_r + k_r x_r = 0 \\ m_r(\ddot{y}_r - 2\omega_c \dot{x}_r - \omega_c^2 y_r) - \\ \sum_{n=1}^N F_{rpij} \cos \beta \cos \varphi_{rpij} + c_r \dot{y}_r + k_r y_r = 0 \\ m_r \ddot{z}_r - \sum_{n=1}^N F_{rpij} \sin \beta + c_{rz} \dot{z}_r + k_{rz} z_r = 0 \\ \frac{I_r}{r_r^2} \ddot{u}_r + \sum_{n=1}^N F_{rpij} \cos \beta + c_{ru} \dot{u}_r + k_{ru} u_r = \frac{T_r}{r_r} \end{cases} \quad (24)$$

行星架运动微分方程为

$$\begin{cases} m_c(\ddot{x}_c - 2\omega_c \dot{y}_c - \omega_c^2 x_c) + \\ \sum_{n=1}^3 c_c \dot{\varepsilon}_{cpj}^x + \sum_{n=1}^3 k_c \varepsilon_{cpj}^x + c_c \dot{x}_c + k_c x_c = 0 \\ m_c(\ddot{y}_c + 2\omega_c \dot{x}_c - \omega_c^2 y_c) + \\ \sum_{n=1}^3 c_c \dot{\varepsilon}_{cpj}^y + \sum_{n=1}^3 k_c \varepsilon_{cpj}^y + c_c \dot{y}_c + k_c y_c = 0 \\ m_c \ddot{z}_c + \sum_{n=1}^N c_{cz} \dot{\varepsilon}_{cpj}^z + \sum_{n=1}^N k_{cz} \varepsilon_{cpj}^z + c_{cz} \dot{z}_c + k_{cz} z_c = 0 \\ \frac{I_c}{r_c^2} \ddot{u}_c + \sum_{n=1}^3 c_c \dot{\varepsilon}_{cpj}^u + \sum_{n=1}^3 k_c \varepsilon_{cpj}^u + c_{cu} \dot{u}_c + k_{cu} u_c = -\frac{T_c}{r_c} \end{cases} \quad (25)$$

行星轮运动微分方程为

$$\begin{cases} m_p(\ddot{x}_p - 2\omega_c \dot{y}_p - \omega_c^2 x_p) + F_{spj} \cos \beta \sin \alpha_{sp} + \\ F_{rpij} \cos \beta \sin \alpha_{rp} + c_p \dot{\varepsilon}_{cpj}^x + k_p \varepsilon_{cpj}^x = 0 \\ m_p(\ddot{y}_p + 2\omega_c \dot{x}_p - \omega_c^2 y_p) - F_{spj} \cos \beta \cos \alpha_{sp} - \\ F_{rpij} \cos \beta \cos \alpha_{rp} + c_p \dot{\varepsilon}_{cpj}^y + k_p \varepsilon_{cpj}^y = 0 \\ m_p \ddot{z}_p - F_{spj} \sin \beta + F_{rpij} \sin \beta - c_{pz} \dot{\varepsilon}_{cpj}^z - k_{pz} \varepsilon_{cpj}^z = 0 \\ (I_p/r_p^2) \ddot{u}_p + F_{spj} \cos \beta + F_{rpij} \cos \beta = 0 \end{cases} \quad (26)$$

3 行星齿轮传动系统动态特性分析

为了得到行星轮系的振动响应, 首先对动力学微分方程进行求解。将表3中行星齿轮参数代入 Matlab 软件中, 综合考虑时变啮合刚度、啮合相位差和齿侧间隙等因素, 采用4阶龙格-库塔数值方法求解弯-扭-轴动力学常微分方程组。求解流程如图7所示。

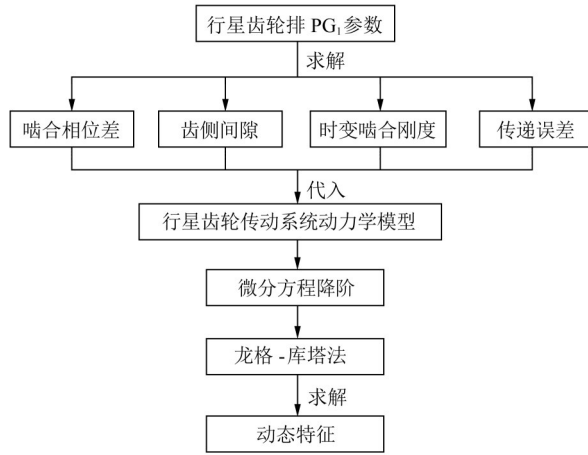
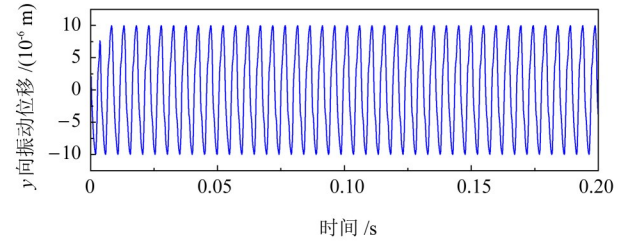


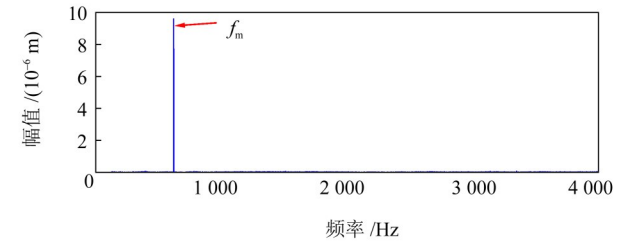
图7 求解流程图

Fig. 7 Flow chart of the solution

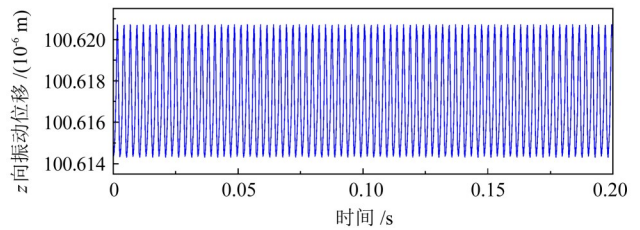
仿真过程为: 先将第2节推导的2阶动力学微分方程全转化为标准的1阶微分方程, 将原本具有24自由度的2阶微分方程转化为具有48自由度的1阶微分方程, 计算出行星轮系中各构件在 x 、 y 、 z 方向上的振动位移; 再计算出动态啮合力和有无相位差情况下的动载系数; 最后, 得到发动机直驱模式下行星齿轮传动系统中各构件的动态响应, 如图8~图12所示。此时发动机的输入转速为1200 r/min, 转矩为300 N·m。



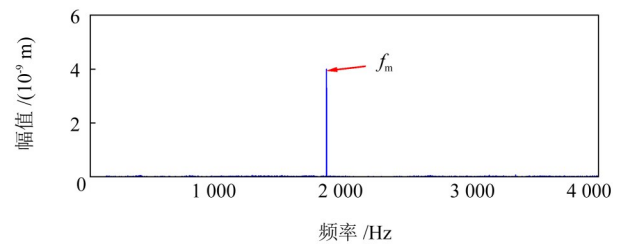
(c) 太阳轮y方向振动时域图



(d) 太阳轮y方向振动频域图



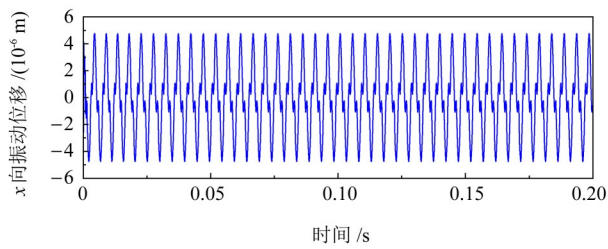
(e) 太阳轮z方向振动时域图



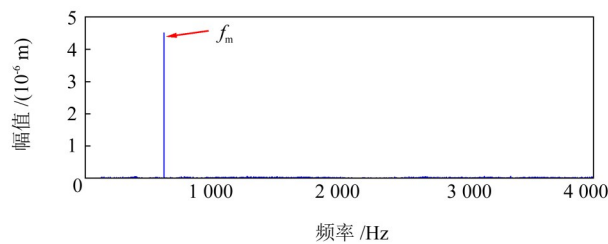
(f) 太阳轮z方向振动频域图

图8 太阳轮振动位移特性图

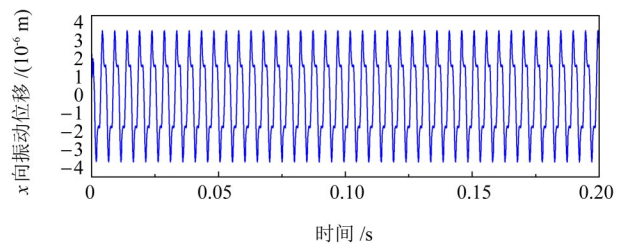
Fig. 8 Vibration displacement characteristic diagram of the sun gear



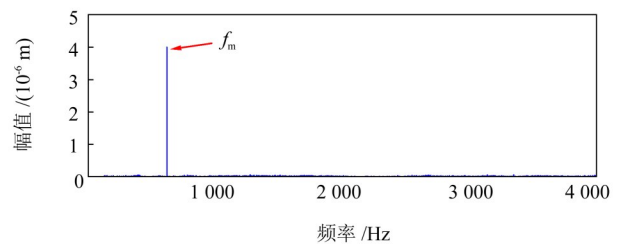
(a) 太阳轮x方向振动时域图



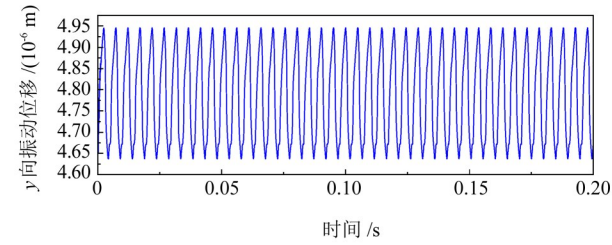
(b) 太阳轮x方向振动频域图



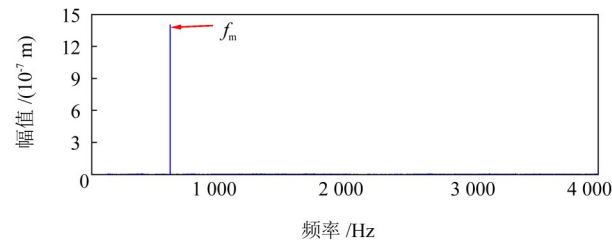
(a) 行星轮x方向振动时域图



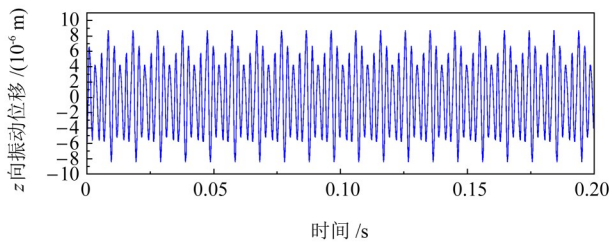
(b) 行星轮x方向振动频域图



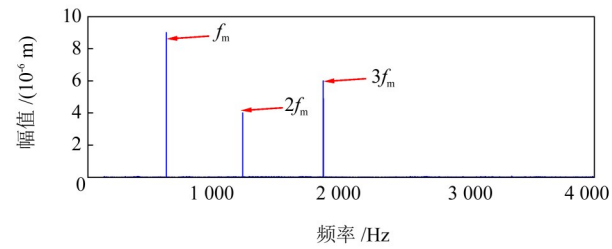
(c) 行星轮y方向振动时域图



(d) 行星轮y方向振动频域图



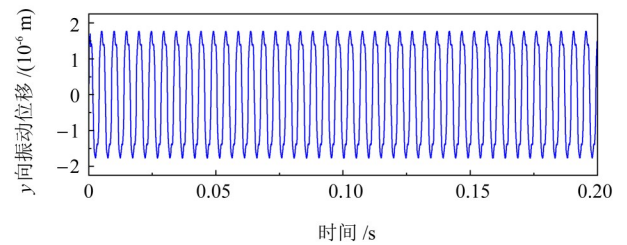
(e) 行星轮z方向振动时域图



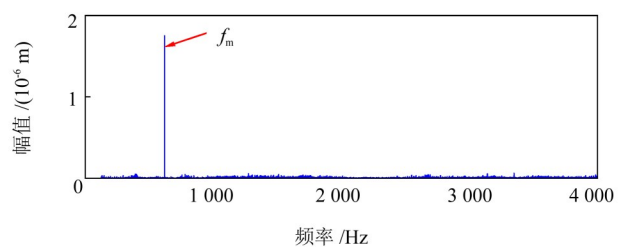
(f) 行星轮z方向振动频域图

图9 行星轮振动位移特性图

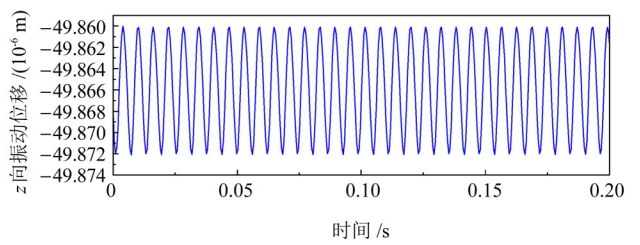
Fig. 9 Vibration displacement characteristic diagram of the planetary gear



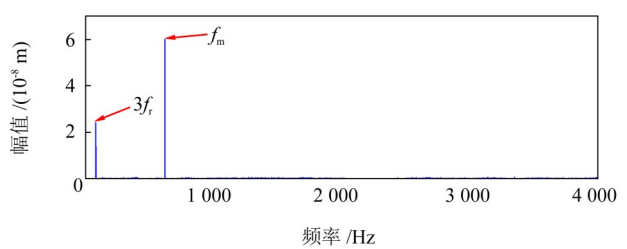
(c) 内齿圈y方向振动时域图



(d) 内齿圈y方向振动频域图



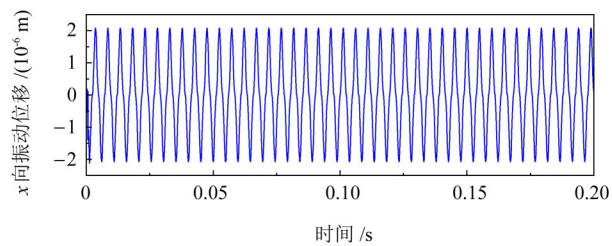
(e) 内齿圈z方向振动时域图



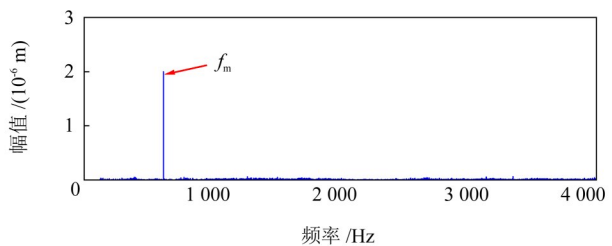
(f) 内齿圈z方向振动频域图

图10 内齿圈振动位移特性图

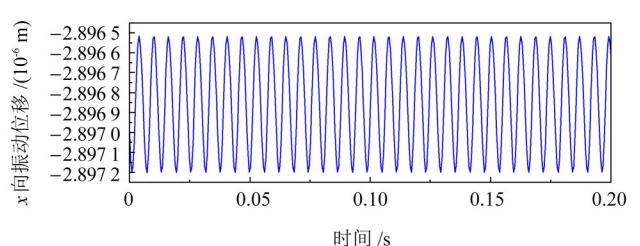
Fig. 10 Vibration displacement characteristic diagram of the inner ring



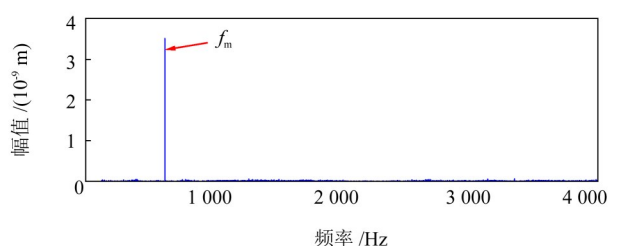
(a) 内齿圈x方向振动时域图



(b) 内齿圈x方向振动频域图



(a) 行星架x方向振动时域图



(b) 行星架x方向振动频域图

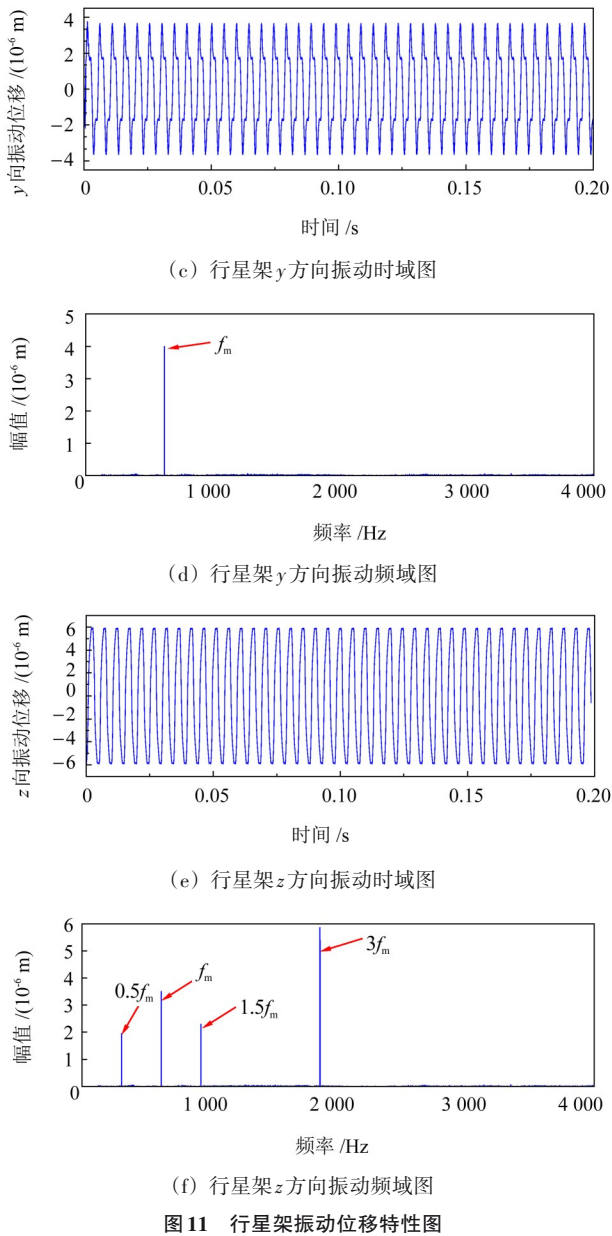


图 11 行星架振动位移特性图

Fig. 11 Vibration displacement characteristic diagram of the carrier

由图 8~图 11 可知, 在斜齿行星齿轮传动系统中, 各个构件在 x 、 y 、 z 这 3 个方向上均表现出规律性的振动特征。这些振动以平衡位置为中心, 呈上下波动的趋势。特别值得注意的是, 太阳轮在轴向上的振动位移均值为 $100.62 \mu\text{m}$, 为各个构件振动特性中的最大值, 其振动幅值为 $0.004 \mu\text{m}$ 。这种现象的产生源于斜齿行星齿轮传动系统中太阳轮受到行星轮传递来的不间断轴向力。对各构件在 x 、 y 、 z 方向上的振动位移时域信号进行傅里叶变换, 得到频域信号。对构件各方向上振动频域图进行分析可知, 各构件在 3 个方向上只有啮合频率及其倍频。在 x 、 y 方向上, 太阳轮和行星架的最大振动幅值都表现为啮合频率 f_m ; 但是在 z 方向上, 最大的振动幅值

则是 3 倍啮合频率 $3f_m$ 。这是由于太阳轮和行星架在径向的支承刚度相近, 而在轴向的支承刚度存在差异。太阳轮和行星架都受到 3 个参数相同的行星轮施加的轴向力的影响, 导致振动频率表现出特殊的关联性。由于内齿圈为整个系统的动力输出, 因此, 其振动位移频率组成不仅有啮合频率及其倍频, 还有 3 倍输出轴转频 $3f_e$ 。

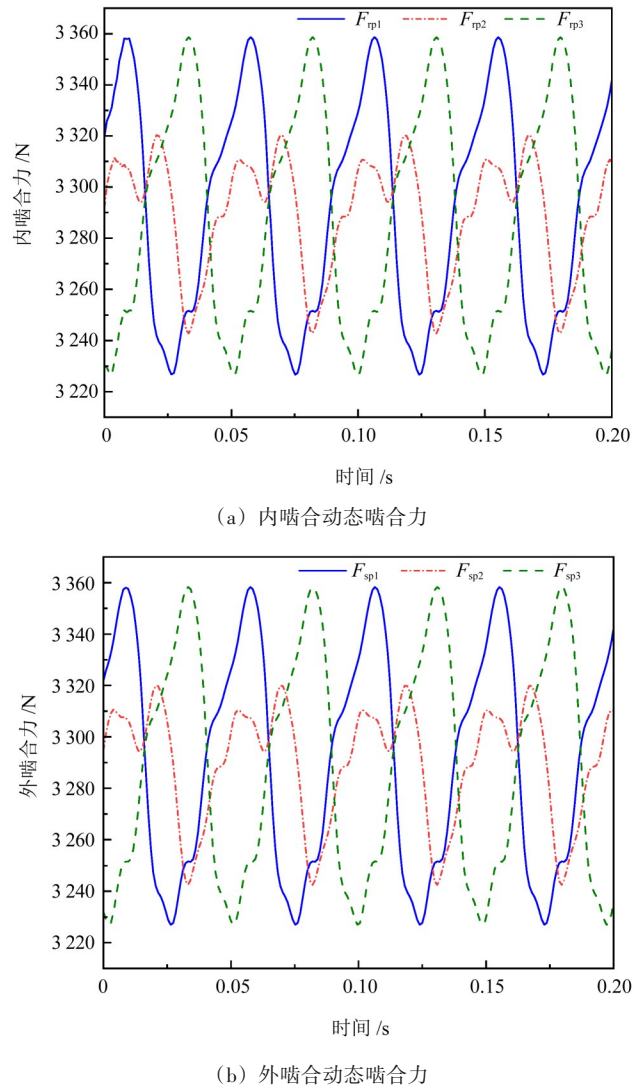


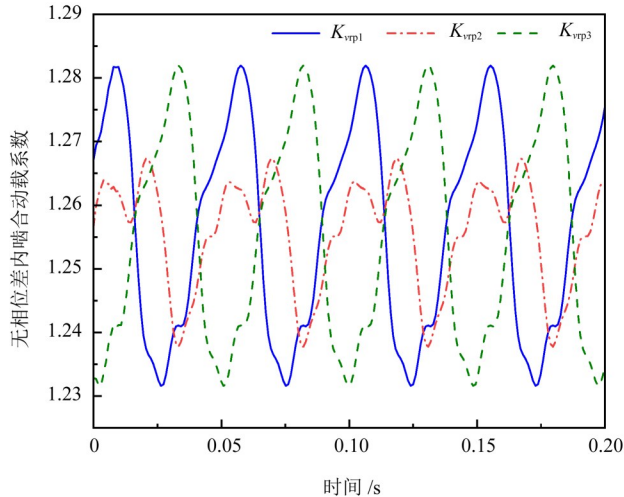
图 12 动态啮合力

Fig. 12 Dynamic meshing force

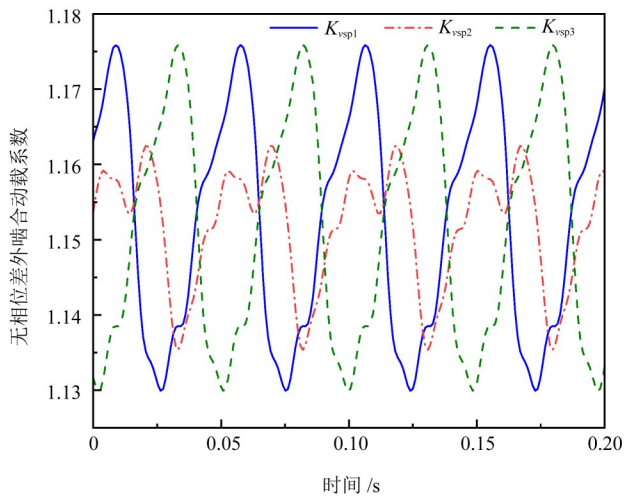
由图 12 可知, 外啮合动态啮合力的最大值为 3358.5 N , 均值为 3290.4 N ; 内啮合动态啮合力的最大值为 3357.8 N , 均值为 3293.1 N 。

国家标准 GB/T 3480.1—2019^[22]中关于动载系数 K_v 的计算式: $K_v = F/F_0$ 。其中, F 为动态啮合力; F_0 为静态啮合力。啮合力可通过静力学计算求得。图 13 所示为有无相位差时内、外啮合的动载系数。其中, 无相位差时, 内外啮合的动载系数分别是 1.28 和 1.17; 计入相位差时, 内外啮合的动载系数分别是

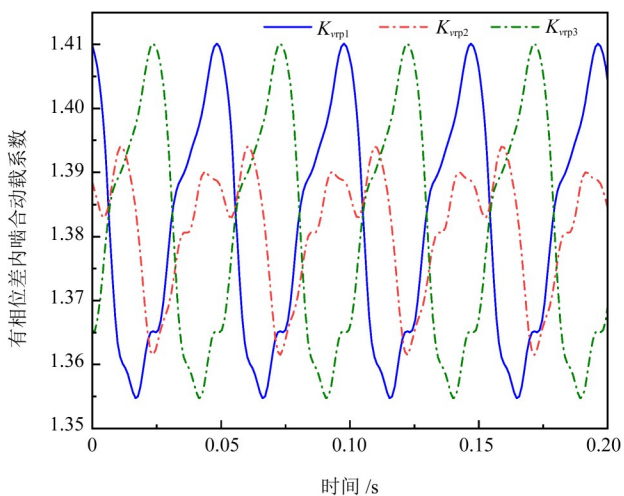
1.41和1.29,二者均变大,且内啮合的振动强于外啮合。可见齿轮啮合力较高,齿面承受载荷较大。为降低变速器振动噪声,应考虑啮合相位差的影响,并采取螺旋线修形等措施。



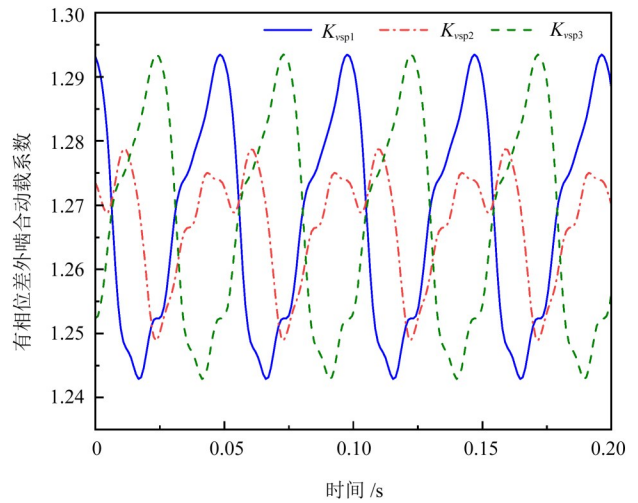
(a) 无相位差内啮合动载系数



(b) 无相位差外啮合动载系数



(c) 有相位差内啮合动载系数



(d) 有相位差外啮合动载系数

图13 有无相位差时内外啮合动载系数对比

Fig. 13 Comparison of internal and external meshing dynamic load coefficients with and without phase difference

4 台架试验

混合动力ECVT试验台架主要由电气控制和机械传动两部分组成。电气控制部分包括控制柜、变频器、电池模拟器、被试件冷水机;机械传动部分包括驱动电动机、加载电动机1、加载电动机2、被试件、碳纤维长轴。机械传动部分固定在防震铁地板上,驱动电动机直接连接ECVT输入端花键,输出端通过碳纤维长轴连接加载电动机1,电池模拟器连接被试件控制器,被试件冷水机连接两个电动机的进、出水口。台架试验时,驱动电动机控制输入转速,加载电动机1控制转矩。试验台现场布置及二维示意图分别如图14和图15所示。



图14 混合动力综合性能试验台架

Fig. 14 Test bench of the hybrid comprehensive performance

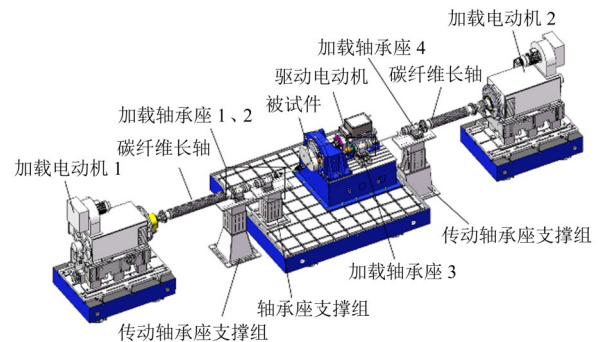


图15 混合动力综合性能试验台架平面图

Fig. 15 Plan view of the hybrid comprehensive performance test bench

由于该混合动力变速器箱体内部结构复杂, 振动信号传递路径多, 应将传感器安装在箱体刚度高、阻尼小的位置。其中, 一个加速度传感器布置在输入轴旁边, 另一个加速度传感器布置在输出轴附近。使用24通道LMS振动噪声测试仪对振动加速度信号进行实时采集并保存, 传感器采用美国PCB压电式三向加速度传感器。设定试验振动加速度信号的采样频率为6 400 Hz, 采样时间为10 s。待输入转速稳定为1 200 r/min、负载转矩为300 N·m时, 进行发动机直驱模式下振动加速度信号实时采集并保存, 得到上述2个位置的振动加速度。由于壳体的激振力来自系统内部传递的动态力, 因此, 在仿真分析时, 通过有限元软件在各齿轮副的啮合线上施加第3节求得的动态啮合力, 得到上述两测点振动加速度的仿真结果; 再将仿真和实测振动加速度的时域信号进行快速傅里叶变换, 得到频域信号; 最后, 得到图16所示的试验与仿真加速度响应时频对比。

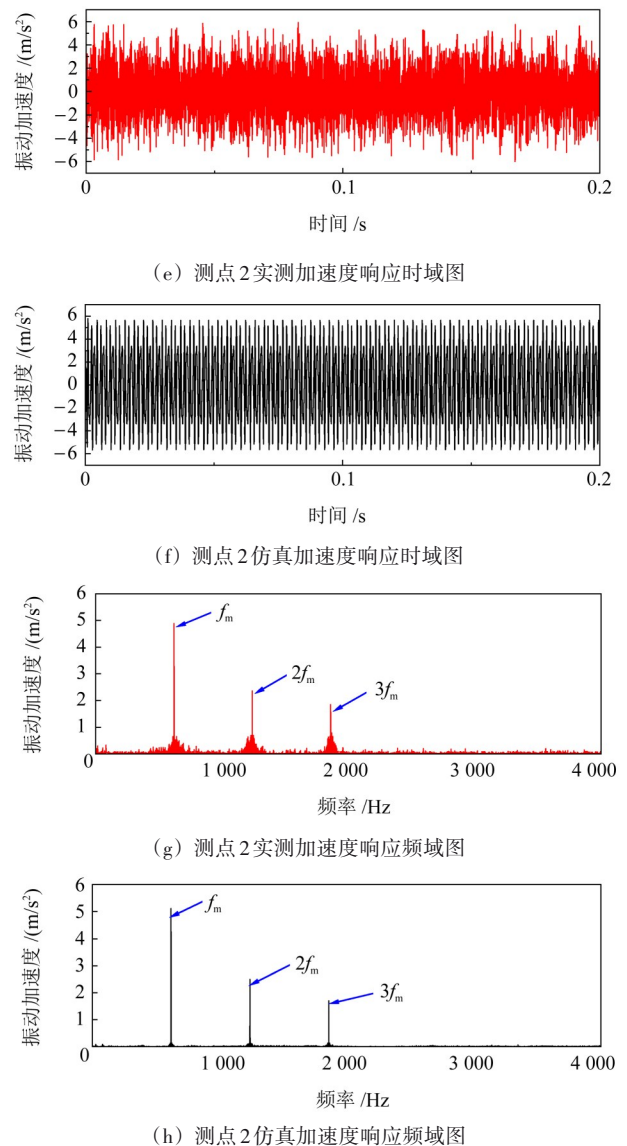
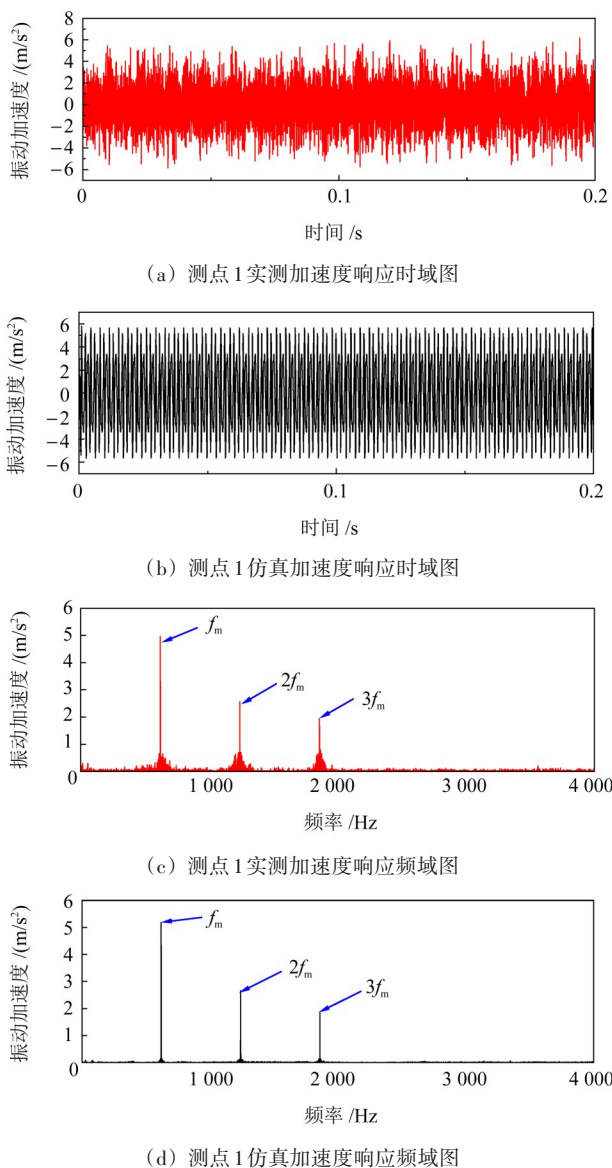


图16 试验与仿真加速度响应时频对比

Fig. 16 Comparison of test and simulated acceleration responses

由图16可知, 测点1实测振动加速度峰峰值为4.96 m/s², 仿真加速度峰峰值为5.18 m/s²。二者误差为4.4%。测点2实测振动加速度峰峰值为4.88 m/s², 仿真加速度峰峰值为5.11 m/s²。二者误差为4.7%。综上对比仿真结果与台架试验实测的振动加速度时域图, 二者振动加速度均在平衡位置处上下波动, 振动规律整体趋势相同, 幅值相近, 误差较小。除此之外, 二者的主要振动频率相似, 均为齿轮的啮合频率 f_m 及其倍频 nf_m , 但是, 台架试验实测的频率成分更为复杂, 整体上具有较好的一致性, 由此可以验证本文所建模型的准确性。

5 结论

通过建立ECVT斜齿行星齿轮系统24自由度模型, 分析了在发动机直驱模式下的动态特性; 并进行了台架试验, 对比分析了理论计算结果和试验结

果的动态响应。得出如下结论:

1) 以啮合相位差、时变啮合刚度和齿侧间隙等非线性因素为系统输入,建立了混合动力商用车ECVT的24自由度行星齿轮传动系统集中参数解析模型,通过ode45函数进行数值求解,详细分析了各构件在 x 、 y 、 z 方向上的振动位移、内外啮合动态啮合力 and 动载系数。

2) 通过傅里叶变换,将振动位移时域信号转化为频域信号。太阳轮轴向振动最大,均值为 $100.62\ \mu\text{m}$,幅值为 $0.04\ \mu\text{m}$,其受到行星轮传递过来的不间断轴向力,因而导致了这一现象的发生。

3) 通过台架试验,对行星齿轮传动系统动态特性进行论证,验证了动力学模型的准确性。得出的测试数据可为优化系统结构和改善ECVT的振动特性提供重要参考。

参 考 文 献

- [1] WEI C Y, SUN X X, CHEN Y, et al. Comparison of architecture and adaptive energy management strategy for plug-in hybrid electric logistics vehicle[J]. *Energy*, 2021, 230: 120858.
- [2] SAITEJA P, ASHOK B. Critical review on structural architecture, energy control strategies and development process towards optimal energy management in hybrid vehicles[J]. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2022, 157: 112038.
- [3] 雷亚国, 汤伟, 孔德同, 等. 基于传动机理分析的行星齿轮箱振动信号仿真及其故障诊断[J]. *机械工程学报*, 2014, 50(17): 61-68. LEI Yaguo, TANG Wei, KONG Detong, et al. Vibration signal simulation and fault diagnosis of planetary gearboxes based on transmission mechanism analysis[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 50(17): 61-68.
- [4] 林何, 王三民, 董金城. 斜齿行星齿轮传动系统振动模式与动载特性[J]. *航空动力学报*, 2015, 30(9): 2298-2304. LIN He, WANG Sanmin, DONG Jincheng. Vibration mode and dynamical characteristics of helical planetary gear train[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2015, 30(9): 2298-2304.
- [5] 唐友名, 董坤, 张袁伟. ECVT型混合动力城市客车动力系统设计与验证[J]. *山东大学学报(工学版)*, 2019, 49(6): 98-106. TANG Youming, DONG Kun, ZHANG Yuanwei. Design and verification of power system for ECVT hybrid electric city bus[J]. *Journal of Shandong University (Engineering Science)*, 2019, 49(6): 98-106.
- [6] 胡建军, 刘子睿, 梅博, 等. 一种单行星排功率分流式混合动力系统构型优化设计方案[J]. *机械工程学报*, 2021, 57(18): 264-276. HU Jianjun, LIU Zirui, MEI Bo, et al. Optimization design scheme of power-split hybrid electric powertrain configuration with single planetary gear[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2021, 57(18): 264-276.
- [7] 田晓青, 李正兴, 韩江, 等. 基于齿轮时变啮合过程的修形齿面设计方法研究[J]. *机械传动*, 2023, 47(2): 70-78. TIAN Xiaqing, LI Zhengxing, HAN Jiang, et al. Research on the design method of the modified gear tooth surface based on the gear time-varying meshing process[J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2023, 47(2): 70-78.
- [8] JIANG S, LI W, XIN G F, et al. Study on dynamic reliability of permanent magnet gear transmission system with wear and failure correlation[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2022, 131: 105802.
- [9] 耿智博, 肖科, 王家序, 等. 汽车变速器齿轮传动系统动态特性研究及优化[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2018, 45(8): 22-31. GENG Zhibo, XIAO Ke, WANG Jiaxu, et al. Analysis and optimization design on dynamic characteristic of gear transmission system of automobile transmission[J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2018, 45(8): 22-31.
- [10] 许芃芃, 陈立锋, 赵英军. 考虑误差下的变位齿轮行星轮系载荷特性研究[J]. *机械传动*, 2024, 48(4): 33-43. XU Pengpeng, CHEN Lifeng, ZHAO Yingjun. Study on the load characteristics of the planetary gear transmission system with addendum modification while considering errors[J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2024, 48(4): 33-43.
- [11] 魏静, 王刚强, 秦大同, 等. 考虑修形的斜齿轮系统非线性激励与动力学特性研究[J]. *振动工程学报*, 2018, 31(4): 561-572. WEI Jing, WANG Gangqiang, QIN Datong, et al. Nonlinear excitation and dynamic characteristics of helical gear system with considering modification[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2018, 31(4): 561-572.
- [12] WANG R M, GAO Z Y, WANG W R, et al. Dynamic characteristics of the planetary gear train excited by time-varying meshing stiffness in the wind turbine[J]. *International Journal of Minerals, Metallurgy, and Materials*, 2018, 25(9): 1104-1112.
- [13] PORTRON S, VELEX P, ABOUSLEIMAN V. A hybrid model to study the effect of tooth lead modifications on the dynamic behavior of double helical planetary gears[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2019, 233(21/22): 7224-7235.
- [14] LIU C Z, YIN X S, LIAO Y H, et al. Hybrid dynamic modeling and analysis of the electric vehicle planetary gear system[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2020, 150: 103860.
- [15] 徐尤南, 李明钦, 刘汕娟, 等. TBM减速器两级行星齿轮传动系统动力学特性研究[J]. *机械传动*, 2024, 48(3): 118-124. XU Younan, LI Mingqin, LIU Shanjuan, et al. Research on dynamic characteristics of the two-stage planetary gear transmission system of TBM reducers[J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2024, 48(3): 118-124.
- [16] 邹浩然, 王三民, 何前进, 等. 修形人字齿轮副时变啮合刚度的解析算法[J]. *西北工业大学学报*, 2022, 40(3): 538-548. ZOU Haoran, WANG Sanmin, HE Qianjin, et al. Analytical algorithm for time-varying meshing stiffness of modified herringbone gear pair[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2022, 40(3): 538-548.

- [17] KAR C, MOHANTY A R. An algorithm for determination of time-varying frictional force and torque in a helical gear system [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2007, 42(4):482-496.
- [18] WAN Z G, CAO H R, ZI Y Y, et al. Mesh stiffness calculation using an accumulated integral potential energy method and dynamic analysis of helical gears [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, 92:447-463.
- [19] 刘文, 李锐, 张晋红, 等. 斜齿轮时变啮合刚度算法修正及影响因素研究[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2018, 45(2):1-10.
LIU Wen, LI Rui, ZHANG Jinhong, et al. Study on correction algorithm of time-varying mesh stiffness of helical gears and its influencing factors[J]. *Journal of Hunan University(Natural Sciences)*, 2018, 45(2):1-10.
- [20] SAINOT AND P, VELEX P, DUVERGER O. Contribution of gear body to tooth deflections—a new bidimensional analytical formula[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2004, 126(4):748-752.
- [21] CHEN Y, ISHIBASHI A. Investigation of the noise and vibration of planetary gear drives[C]//*Proceedings of the ASME 2003 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. New York: ASME, 2003:507-513.
- [22] 全国齿轮标准化技术委员会. 直齿轮和斜齿轮承载能力计算第1部分:基本原理、概述及通用影响系数:GB/T 3480.1—2019[S]. 北京:中国标准出版社, 2019:20-34.
National Technical Committee on Gear Standardization. Calculation of load capacity of spur and helical gears: part 1: basic principles, introduction and general influence factors: GB/T 3480.1—2019[S]. Beijing: Standards Press of China, 2019:20-34.

Dynamic characteristics of planetary gear transmission system in hybrid commercial vehicle ECVT

XIANG Dongyang¹ CHEN Yong^{1,2} CHEN Tao³ WU Chaoyang⁴ XU Zhengyun¹ ZHANG Rirui¹

(1. School of Mechanical Engineering, Guangxi University, Nanning 530004, China)

(2. State Key Laboratory of Featured Metal Materials and Life-cycle Safety for Composite Structures, Guangxi University, Nanning 530004, China)

(3. Yuchai Simlan New Energy Power Technology Co., Ltd., Nanning 530000, China)

(4. Changzhou NRB Corporation, Changzhou 213022, China)

Abstract: [Objective] Although abundant achievements have been made in the dynamic characteristics research of planetary gear transmission systems, existing studies mostly focus on straight-tooth structures, leaving a theoretical gap in the dynamic research of helical planetary gear systems used in electronic continuously variable transmissions (ECVT) for hybrid commercial vehicles. To address the vibration issues of the planetary gear transmission system in ECVT, in-depth research was conducted. [Methods] Taking the engine direct-drive mode as the research condition, a 24-degree-of-freedom (24-DOF) lumped parameter analytical model was constructed by comprehensively considering nonlinear factors such as meshing phase difference, time-varying meshing stiffness, and tooth side clearance. The Runge-Kutta numerical solution method was used to obtain the time-domain responses of dynamic parameters such as vibration displacements in the x , y , z directions and dynamic meshing forces of each component in the system. The frequency-domain characteristics were analyzed combined with fast Fourier transform. [Results] The study shows that in the planetary gear transmission system, the mean value of the axial vibration displacement of the sun gear is the most prominent, and the vibration characteristics of the remaining components show regular distribution. The values of internal and external dynamic meshing forces in the system are significant, reflecting high tooth surface bearing loads. By building an ECVT test bench platform to simulate actual working conditions and collect vibration signals, the effectiveness and reliability of the theoretical analysis model are verified. The research results can provide reference for the structural optimization design and vibration characteristic improvement of the planetary gear transmission system in ECVT for hybrid commercial vehicles.

Key words: ECVT; Phase difference; Planetary gear transmission; Dynamic response; Vibration analysis